La actuación de estudiantes de educación primaria en un proceso de invención de problemas

María Fernanda Ayllón Blanco* | José Luis Gallego Ortega**
Isabel Angustias Gómez Pérez***

En esta investigación se analiza cómo actúan 351 alumnos de los seis cursos de educación primaria al inventar problemas. Se estudian las creencias de los estudiantes acerca de la utilidad de saber resolver problemas, así como los enunciados producidos, teniendo en cuenta su coherencia, su estructura operatoria y el número de operaciones necesarias para resolverlos. Se diseñó un cuestionario-prueba *ad hoc* y se analizaron estadísticamente los datos (SPSS). Se observó que desde los seis años, los estudiantes inventan enunciados que constituyen problemas matemáticos, y que a medida que avanzan de curso, sus invenciones se hacen más complejas en su estructura operatoria, además de que inventan problemas donde se involucran al menos dos operaciones.

Palabras clave

Aprendizaje basado en problemas
Enseñanza de las matemáticas
Ciencias básicas
Educación básica
Estrategias de aprendizaje

This investigation analyzes how 351 students across six levels of primary education acted when they invented problems. Student beliefs are studied regarding the usefulness of knowing how to solve problems, as well as the formulation of their problem statements, taking into account coherence, operational structure and the number of operations needed to solve the problem. An ad hoc test questionnaire was designed and the data was statistically analyzed (SPSS). From the age of six, students were observed to invent problem statements that constitute mathematical problems and as they progress to the next grade, their inventions become more complex in terms of operational structure; in addition, they invent problems involving at least two operations.

Keywords

Problem-based learning
Teaching mathematics
Basic science
Basic education
Learning strategies

Recepción: 27 de abril de 2015 | Aceptación: 17 de julio de 2015

* Profesora titular del Departamento de Didáctica de las Matemáticas del Centro de Magisterio "La Inmaculada" de la Universidad de Granada (España). Doctora en Didáctica de las Matemáticas. Líneas de investigación: comunicación educativa y didáctica de las matemáticas. Publicaciones recientes: (2014, en coautoría con I.A. Gómez), "La invención de problemas como tarea escolar", *Escuela Abierta*, núm. 17, pp. 29-40; (2014, en coautoría con I.A. Gómez), "Por qué es importante un buen desarrollo del lenguaje oral", *Didac*, núm. 63, pp. 32-62. CE: mayllonblanco@eulainmaculada.com

** Profesor titular del Departamento de Didáctica y Organización Escolar de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada (España). Doctor en Pedagogía. Líneas de investigación: comunicación educativa y dificultades de aprendizaje. Publicaciones recientes: (2013, en coautoría con A. García y A. Rodríguez), *Cómo escriben los futuros docentes. Estrategias para la mejora*, Málaga, Aljibe; (2013), *Los trastornos de lenguaje en el niño. Estudios de caso*, Sevilla, Eduforma. CE: jlgalleg@ugr.es

*** Profesora titular del Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación del Centro de Magisterio "La Inmaculada" de la Universidad de Granada (España). Doctora en Psicopedagogía. Líneas de investigación: trastornos del lenguaje y dificultades de aprendizaje. Publicaciones recientes: (2014, en coautoría con M.F. Ayllón), "La invención de problemas como tarea escolar", *Escuela Abierta*, núm. 17, pp. 29-40; (2014, en coautoría con M.F. Ayllón), "Por qué es importante un buen desarrollo del lenguaje oral", *Didac*, núm. 63, pp. 32-62. CE: maribelgomez@ugr.es

Introducción

Actualmente las matemáticas constituyen una de las primeras preocupaciones para la comunidad educativa. El bajo rendimiento alcanzado por unos estudiantes, y el estado de ansiedad y pánico que su aprendizaje provoca en otros (Muñoz y Mato, 2008), ha llevado a algunos autores a demandar nuevas fórmulas de actuación docente (García-García *et al.*, 2013); una de éstas consiste en que el alumno sea actor en la construcción del conocimiento matemático (Mato *et al.*, 2014).

La invención de problemas puede contribuir a minimizar los problemas asociados a la enseñanza de las matemáticas, ya que a través de esta práctica se puede lograr que el estudiante perciba las matemáticas de una forma más cercana. Sin embargo, hasta hace algo más de dos décadas, la invención de problemas había recibido poca atención explícita en la investigación. Cruz (2006) analizó la producción en investigación sobre invención de problemas comparándola con la realizada en resolución de problemas y concluyó que, a pesar de su importancia, la invención de problemas prácticamente no ha sido tratada como parte del currículo de matemáticas. Tampoco las investigaciones relacionadas con el tema han sido suficientemente sistemáticas (Kilpatrick, 1987), aunque no se puede negar que este campo de estudio ha adquirido fuerza y presencia en los últimos años.

La invención de problemas radica en producir un enunciado que presente un planteamiento a partir del cual se propongan una o más preguntas que se han de contestar manejando ciertos datos. La invención, para considerarla como tal, ha de ser genuina, y la única ayuda que ha de tener el inventor es la que le proporcionan sus propios conocimientos (Ayllón *et al.*, 2011). Koichu y Kontorovich (2012) afirman que se inventan problemas matemáticos a partir de realidades concretas cuando se construyen interpretaciones personales.

Aunque inventar problemas no es una tarea novedosa (Singer *et al.*, 2013), actualmente su reconocimiento se ha incrementado debido a los beneficios que reporta a la educación matemática (Ayllón, 2005, 2012; Ayllón *et al.*, 2008; Fernández, 2013). Ayllón y Gómez (2014) enumeran los aspectos positivos que la invención de problemas le aporta a la educación matemática:

1. El aumento del conocimiento matemático, ya que inventar problemas exige enlazar distintos conocimientos que se tienen de forma separada. La persona que crea un problema ha de leer, examinar datos y pensar de forma crítica (Davidson y Pearce, 1988); así mismo, discutirá y cuestionará ideas, estrategias y soluciones (Whitin, 2006). Burçin (2005) añade que al inventar problemas repetidamente esta práctica tiende a generalizarse; este autor señala, además, que es imprescindible redactarlos de forma exacta, clara y con una buena organización.
2. La motivación. En la educación matemática se admite que para aumentar el rendimiento es necesario que exista una buena y alta motivación por parte de los estudiantes. Con esto se consigue incrementar el logro y/o éxito escolar. Distintos investigadores como Akay y Boz (2010), Pintér (2012) y Silver (1994) afirman que la invención de problemas es una herramienta que motiva a los estudiantes. Aseguran que esta actividad promueve en el aula una actitud positiva hacia la materia de matemáticas, ya que cuando los estudiantes trabajan con problemas matemáticos se despierta en ellos la motivación, el interés y la curiosidad.
3. Un tercer aspecto positivo con el que contribuye la invención de problemas matemáticos está vinculado con la ansiedad que ocasiona la relación

con las matemáticas en determinadas ocasiones, y en algunos estudiantes. Al inventar problemas se fomenta una disposición más favorable y responsable hacia esa disciplina, y esto ayuda a disminuir la ansiedad de los alumnos. Se considera que inventar problemas merma el miedo y la inquietud que algunos estudiantes sienten hacia las matemáticas (Burçin, 2005; Song *et al*., 2007).

4. Un cuarto elemento positivo hace referencia a los errores matemáticos que con frecuencia cometen los estudiantes, y a cómo superarlos. Brown y Walter (1993) realizaron un estudio en el que advierten que la invención de problemas obliga a que el alumno elija la información adecuada que necesita utilizar para resolver el problema, y a seleccionar los datos con los que habrá de operar, lo cual favorece que los errores cometidos al resolver el problema disminuyan.
5. La creatividad es el quinto beneficio que aporta la invención de problemas. Se ha establecido que la tarea de inventar problemas matemáticos contribuye a desarrollar la creatividad en los estudiantes (Ayllón *et al*., en prensa). Investigadores como Ellerton (1986), DeHaan (2009) y Krutetskii (1969) sostienen que existe una relación entre el grado de creatividad y competencia matemática y la habilidad para inventar problemas. Silver (1994) analiza la creatividad de los alumnos atendiendo a tres variables: fluidez, que se relaciona con el número de problemas generados; flexibilidad, que se asocia con el número de categorías involucradas en los problemas propuestos; y el grado de originalidad, vinculado con el número de soluciones que admiten los problemas matemáticos propuestos. El estudio publicado por Silver en 1994 establece la existencia de una relación directa entre la habilidad de los estudiantes cuando inventan problemas y el nivel de creatividad de los mismos.
6. La tarea evaluadora del profesorado sería el sexto factor positivo. A partir de tareas de invención de problemas que se propongan a los estudiantes, el profesor conseguirá descubrir las habilidades que poseen para usar su conocimiento matemático (Ayllón, 2005; Lin, 2004; Sheikhzade, 2008). Y también se podrán analizar los procesos de pensamiento matemático de los alumnos que se han de evaluar. Con ello, se considera que la invención de problemas admite que un profesor evalúe en sus alumnos su conocimiento, su manera de razonar y pensar, y su desarrollo conceptual.

Buena parte de la literatura especializada que se relaciona con la invención de problemas se enfoca a la reformulación de problemas. Los estudios en educación matemática suelen presentar un estrecho vínculo entre la invención y la resolución de problemas (Espinoza, 2013; Fernández, 2013; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994) y muestran que la invención es una herramienta que facilita la instrucción sobre resolución de problemas.

Un elemento determinante del vínculo invención/resolución de problemas es la práctica que tienen los estudiantes en materia de resolución de problemas. Se afirma que los sujetos considerados buenos resolutores generan más problemas y con un grado de complejidad mayor que los sujetos considerados malos resolutores (Silver y Cai, 1996). Los investigadores Singer y Voica (2013) advierten que existe una relación entre la matemática y los modelos cognitivos que interactúan en un proceso de resolución de problemas; a su vez, estos modelos permiten el desarrollo adecuado para inventar problemas.

En el contexto de la investigación se distinguen dos líneas de estudio principales: la primera línea recoge la invención de problemas por parte de escolares, y la segunda se refiere a la invención de problemas por profesores y futuros docentes. En la línea que hace referencia a los escolares, se diferencian dos tipos de investigaciones: a) las que consideran la relación existente entre la invención de problemas, la capacidad matemática de los sujetos y la resolución de problemas (Ayllón *et al*., 2011; English, 2003; Espinoza, 2011; Kesan *et al*., 2010; Silver, 1994; Silver y Cai, 1996), que ponen de manifiesto, entre otras conclusiones, que los estudiantes que son capaces de inventar problemas matemáticos son buenos resolutores de problemas; y b) las que se centran en las habilidades y procesos implicados en la acción de proponer problemas (Alexander y Ambrose, 2010; Barbarán *et al*., 2012; English, 1998; Silver y Cai, 1996), en las que se asegura que existe relación entre la habilidad para proponer nuevos problemas y el grado de creatividad y competencia matemática. Al respecto, Nicolaou y Pilippou (2007) realizaron un estudio que correlaciona significativamente la eficacia de inventar problemas con el logro en matemáticas.

En las investigaciones que tratan la invención de problemas por profesores en ejercicio y en formación (Arikan y Unal, 2014; Chapman, 2011; Kitchings, 2014; Lavy y Shriki, 2007; Jacobs y Ambrose, 2008), se comparte la necesidad de que se instruya a los futuros docentes en la invención de problemas, ya que si éstos adquieren un alto nivel de habilidad planteando problemas, podrán motivar y enseñar mejor a sus alumnos a inventar preguntas que puedan resolver adecuadamente. También piden un compromiso por parte de los docentes para que incluyan la invención de problemas en sus clases, y aseguran que esta tarea les ayudará a crear un ambiente relajado que disminuirá los temores hacia esta disciplina. A partir de estudios realizados con maestros en formación, en los que se valora la repercusión que tiene la invención de problemas en el aprendizaje matemático, Ayllón (2005) y Chapman (2011) advierten que la invención de problemas no es una práctica habitual en los centros educativos. En este sentido, Fernández y Barbarán (2012) sugieren la inclusión en el currículo de matemáticas en educación primaria, de programas basados en invención y reconstrucción de problemas. Esta propuesta la realizan a partir de un estudio con alumnos de primaria en el que observaron que existe un vínculo entre invención y reconstrucción de situaciones problemáticas, y el desarrollo de capacidades como pensar matemáticamente, plantear y resolver problemas y justificar matemáticamente, entre otras.

En este sentido, el problema de investigación al que se refiere este artículo indaga en las opiniones y manejo de estudiantes de educación primaria en tareas de invención de problemas. A este efecto, los objetivos específicos del estudio fueron:

1. Identificar las creencias de alumnos de educación primaria sobre la utilidad de saber resolver problemas matemáticos.
2. Establecer la capacidad de estudiantes de educación primaria para inventar problemas.
3. Determinar si los enunciados inventados son coherentes, qué estructura operatoria presentan, así como el número de operaciones implicadas en su resolución.

Método

Participantes

Se seleccionaron un total de 351 alumnos de todos los cursos de educación primaria de un colegio concertado de Granada, según el método de selección muestral por conglomerado descrito en el procedimiento. El alumnado pertenece a familias de nivel sociocultural medio-alto ya que, según los datos proporcionados por el propio centro, los padres tienen estudios de grado superior universitario. La contribución a la muestra por ciclos, cursos y sexo se detalla en la Tabla 1.

Tabla 1. Distribución del alumnado

	1º ciclo		2º ciclo		3º ciclo		
Cursos	1º	2º	3º	4º	5º	6º	Total
Alumnos	26	32	33	44	41	24	200
Alumnas	21	39	13	30	34	14	151
Total	47	71	46	74	75	38	351

Fuente: elaboración propia.

Los cursos que participaron lo hicieron en pleno, de forma que la distribución de chicos y chicas fue la que existía en la matrícula del propio colegio. El centro se caracteriza por ser concertado, está situado en el centro de la ciudad de Granada y tiene una alta demanda por padres de nivel sociocultural alto, aún cuando tengan su residencia alejada del colegio; sin embargo, dado que es obligatorio acoger a los niños de la zona de aquellas familias que lo deseen, esto hace que exista gran variedad en cuanto al nivel sociocultural de los alumnos.

Instrumentos

Se elaboró un cuestionario-prueba *ad hoc* para esta investigación que presenta cuatro modalidades, con el fin de atender a las características psicoevolutivas de cada ciclo, tal y como se detalla a continuación, asumiendo los criterios propuestos por Best (1982): brevedad, claridad, objetividad, etc. El instrumento incluye un conjunto de preguntas para recoger la información pertinente, así como determinados reactivos o ítems para evidenciar la posesión de determinados conocimientos, destrezas o niveles de logro. La mayor ventaja de este instrumento reside en que requiere relativamente poco tiempo para reunir información sobre grupos numerosos.

El instrumento fue similar para todos los cursos, aunque posee particularidades para cada ciclo de educación primaria. La similitud se mantuvo en las preguntas formuladas. Las particularidades están en los problemas propuestos, que cambiaron en las operaciones que involucraban y en su estructura semántica.

Los cuestionarios-prueba constan de tres apartados: a) preguntas genéricas sobre problemas y su utilidad; b) inventar un problema que los alumnos considerasen difícil para sus compañeros de clase, justificando por qué lo consideraban difícil, y que lo resolvieran; c) presentación de varios problemas (3 para 1º curso y 4 para el resto de los cursos) sobre los cuales debían decir cuáles les parecían fáciles y resolver sólo aquellos que consideraban fáciles.

De los tres problemas que tiene el cuestionario para primer curso, el primero y tercero presentan la misma estructura semántica (cambio), pero la diferencia entre ellos radica en los números. En el primer problema se trata de números de una sola cifra, mientras que en el tercer problema los números son de tres cifras. El segundo problema es de combinación y los números son de dos cifras como máximo.

De los cuatro problemas incluidos en el resto de los cuestionarios siempre hay dos de la misma estructura, pero cambia el orden de magnitud de los números. El grado de dificultad de los problemas se va elevando según el curso. Los cuestionarios de 3º y 4º curso, así como los de 5º y 6º, son los mismos.

La Tabla 2 presenta una descripción de los problemas incluidos en los cuestionarios, teniendo en cuenta tres variables: tipo de problema, número de cifras máximo de los números que aparecen y sentencia que los representa.

En la Tabla 2 se aprecia que los problemas de cambio tipo 1 sólo fueron propuestos a estudiantes de 1º curso (son los problemas considerados más fáciles), mientras que los problemas de cambio tipo 2 se reservaron para 3º y 4º curso. Los problemas de comparación, al ser considerados los de mayor complejidad dentro de los problemas simples de estructura aditiva, se incluyen sólo en los cuestionarios de 5º y 6º curso. A su vez, algunos tipos se van

Tabla 2. Análisis de los problemas propuestos en el instrumento, según estructura operatoria, número de etapas y número de cifras

Problema	1º curso	2º curso	3º y 4º cursos	5º y 6º cursos
1	Cambio 1 1 cifra a+b=?	Combinación 2 2 cifras a+? = c	Cambio 2 5 cifras a=¿+c	Comparación 4 cifras a+b=?
2	Combinación 2 2 cifras a+?=c	División 2 cifras a:?=c	Combinatoria 1 cifra 2+1=?	Combinatoria 1 cifra 3+2+1=?
3	Cambio 1 3 cifras a+b=?	Combinación 2 4 cifras a+? = c	Cambio 2 2 cifras a=?+c	Comparación 3 cifras a+b=?
4		Compuesto aditivo 3 cifras	Compuesto multiplicativo/aditivo 2 cifras	Compuesto multiplicativo/aditivo 3 cifras

Fuente: elaboración propia.

manteniendo entre cursos sucesivos, así, el problema 2 de 1º curso es el mismo que el 1 de 2º curso. Los compuestos aparecen a partir de 3º curso sólo con la operación de suma y continúan los compuestos combinando las dos estructuras a partir de 4º curso. El problema de combinatoria que se considera no rutinario aparece en 3º y 4º curso y se mantiene en 5º y 6º, aumentando en uno la cantidad inicial, que pasa de 3 a 4 objetos.

Dentro de cada cuestionario, los problemas 1 y 3 tienen la misma estructura y cambia la cantidad de cifras de los números del problema, siendo éstos siempre de no más de cinco cifras.

Todos los cuestionarios fueron validados por el procedimiento de juicio de expertos y triangulación (Fox, 1981), de tal manera que, según los tres expertos consultados (profesores de didáctica matemática de la Universidad de Granada) reúnen los requisitos necesarios para satisfacer las exigencias de esta investigación: exhaustividad, exclusión mutua, homogeneidad, objetividad, pertinencia y productividad (Colás y Buendía, 1998). Mediante la triangulación se obtuvo un porcentaje de acuerdo de jueces del 98 por ciento.

En el Anexo I se incluye el cuestionario común de 3º y 4º, a modo de ejemplo.

Procedimiento

La recogida de datos se llevó a cabo en 2012. La intención fue que participaran todos los grupos de cada uno de los cursos de educación primaria, sin embargo, en un primer acercamiento al centro, por motivos de recursos, no pudimos acceder a todos los grupos, y por tanto se procedió a seleccionar una muestra aleatoria de 15 grupos, de un total de 18, entre los tres ciclos de estudio. Para seleccionar los grupos se contabilizó el número de éstos por curso dentro de cada ciclo y el total de alumnos de cada uno de los cursos y grupos. Se seleccionó una muestra de la población del alumnado por método de muestreo por conglomerados, donde éstos venían determinados por los grupos dentro de cada curso y ciclo. De ese modo, una vez seleccionado aleatoriamente el grupo que participaría en el estudio, se consideró como muestra de individuos el total de alumnos dentro de dicho grupo. La selección aleatoria de los conglomerados/grupos se realizó con probabilidad proporcional al total de alumnos por ciclo y curso, de manera que obtuvieron una mayor representación muestral aquellos cursos con mayor alumnado. Así pues, dentro de cada ciclo se seleccionaron los grupos de manera aleatoria con probabilidad proporcional al tamaño de alumnos dentro del curso al que pertenecían. La distribución de los grupos seleccionados aparece en la Tabla 1. De todos los niños se recabó el consentimiento informado de sus padres.

En este estudio sólo se incluyen las respuestas dadas a dos ítems: "¿crees que es importante saber resolver problemas?, ¿por qué?", del ítem 1, y las aportaciones realizadas al ítem 3 del cuestionario-prueba donde se les pedía "inventa un problema que creas que va a ser difícil de resolver por tus compañeros de clase y escríbelo a continuación". Estas producciones se analizaron según la coherencia de las invenciones realizadas por los participantes y los tipos de problemas enunciados, según su estructura operatoria y número de etapas.

Las explicaciones de los estudiantes a la cuestión sobre por qué consideran importante saber resolver problemas se agruparon en cuatro bloques:

a) genérico: respuestas en las que la resolución de problemas se relaciona con el aprendizaje en general;
b) escolar: en las que se muestra un beneficio escolar;
c) social: referidas a la contribución positiva de la resolución de problemas; y
d) profesional: las que consideran que representan una ayuda para poder tener una profesión.

Para considerar la coherencia de los enunciados planteados se tuvieron en cuenta las siguientes variables: a) planteamiento de una historia verosímil; b) utilización de datos numéricos; c) formulación de al menos una pregunta o interrogante a la que había que responder; d) existencia de relación entre datos e interrogante. Se consideró que un problema es coherente cuando las respuestas son afirmativas en todos y cada uno de los elementos enumerados.

Para analizar los problemas inventados se clasificaron en problemas simples (si involucra una sola operación para su resolución) o problemas compuestos (si es necesaria más de una operación para resolverlos). Asimismo, se consideraron los problemas inventados según su estructura operatoria: aditivos (si se resuelven utilizando suma y/o resta), multiplicativos (requieren de la multiplicación y/o división para resolverlos) y aditivo-multiplicativos (cuando están presentes en la resolución las dos estructuras operatorias anteriores).

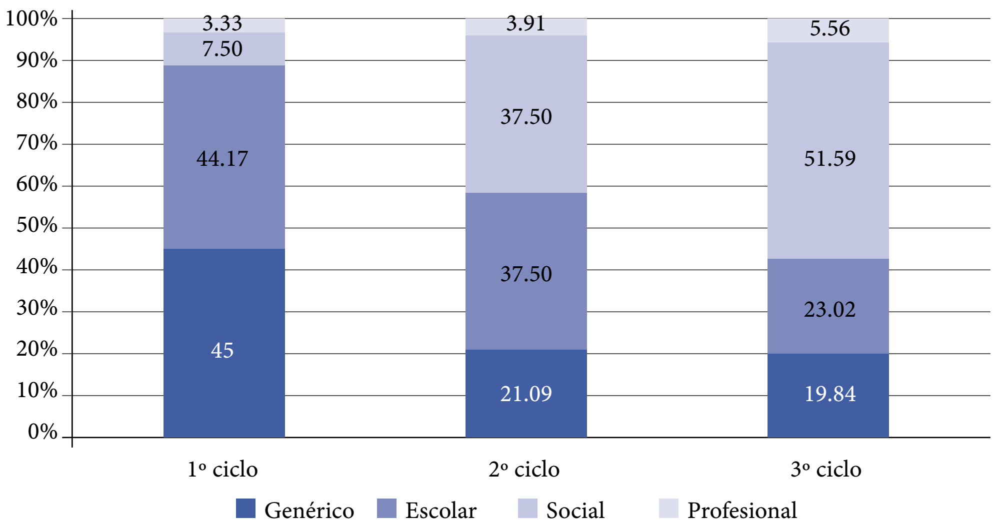
Diseño

La investigación puede enmarcarse en los denominados estudios sobre el desarrollo, y debido al tratamiento y presentación de los datos se considera una investigación descriptiva y cualitativa. Además, tiene un carácter transversal, ya que fueron evaluados simultáneamente estudiantes de diferentes edades y curso escolar (Colás y Buendía, 1998).

Análisis de datos

Se analizaron los datos estadísticamente, mediante el paquete estadístico SPSS versión 19.0, y se estableció un nivel de confianza del 95 por ciento (error muestral de 5 por ciento). Las variables se describieron utilizando frecuencias absolutas y porcentajes. Para estudiar las diferencias por ciclos se realizó un análisis bivariante mediante tablas de contingencias y se aplicó la prueba de Chi-cuadrado en el caso en que la frecuencia esperada fuese superior a 5 en al menos el 80 por ciento de las casillas con las opciones de respuestas de las variables (Dugard *et al.*, 2010). En el caso de respuestas múltiples, el test de Chi-cuadrado usado fue una variante de éste, corregido por la dependencia entre las respuestas múltiples de un mismo sujeto (Field, 2009). La prueba Chi-cuadrado se realizó con el objetivo de contrastar la hipótesis nula de igualdad de comportamiento entre los ciclos. De este modo, el que la prueba sea significativa implica la negación de igualdad entre ciclos, e indica diferencias de comportamiento según el ciclo o, lo que es equivalente, una relación de dependencia entre la variable y el

Gráfico 1. Respuestas por ciclo sobre la utilidad de resolver problemas



Fuente: elaboración propia.

ciclo al que el alumno pertenece. En el caso de estudio de otras dos variables de interés, la interpretación es equivalente: la relación de respuestas en las categorías de una de las variables depende de las categorías de clasificación de la otra variable de estudio (varía en función de las categorías de las variables). En otras palabras, la relación de respuestas entre categorías es diferente (Noruis, 2011).

Resultados

En seguida se describen los resultados obtenidos referidos a la utilidad de saber resolver problemas y al análisis de los enunciados inventados por los estudiantes. Los datos se agrupan por ciclos, ya que constituye una unidad de medida más amplia y flexible, y se presentan por objetivos, excluyendo los datos sobre la justificación de los alumnos acerca de la dificultad/facilidad de la solución de un problema, ya que esto es objeto de otra investigación.

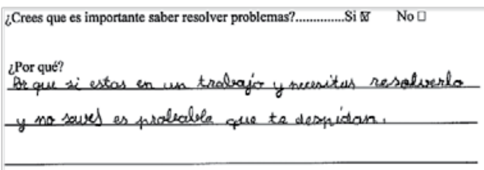
Creencias del alumnado sobre la utilidad de la resolución de problemas

Las respuestas de los estudiantes sobre la utilidad de resolver problemas se agruparon, como se ha señalado, en cuatro bloques. En el Gráfico 1 se muestra el porcentaje de estudiantes que aludieron a cada uno de estos tipos de argumentos para justificar la utilidad de la resolución de problemas. En esta ocasión se observó que a lo largo de esta etapa educativa hay principalmente tres razones que justifican dicha utilidad: la escolar, la social y la genérica, en ese orden de frecuencias (dentro de cada categoría, considerando los tres ciclos, se obtuvieren 130 respuestas referentes al bloque escolar, 122 al social, 106 al genérico y 16 al profesional). Los motivos profesionales aparecieron con un porcentaje muy pequeño respecto de los anteriores. Se observó que el número de respuestas no coincide con el número de participantes debido a que algunos de ellos dieron más de una respuesta.

En el 1º ciclo, las categorías que hacen referencia a un aprendizaje genérico y a causas escolares son las que tienen mayor representación, con porcentajes similares, seguidas de las categorías social y profesional. Esto puede deberse a que en estas edades los niños aún no perciben el beneficio que la resolución de problemas aporta a los quehaceres cotidianos, y sobre todo al mundo laboral (sólo 3.3

por ciento de los participantes contempló esta idea). Los argumentos del alumnado de 2º ciclo mostraron la misma tendencia que al computar los resultados globales de toda la etapa educativa, la única salvedad es que equipararon la importancia escolar y social que conlleva la resolución de problemas. El porcentaje de estudiantes de este ciclo que sigue sin incluir entre sus argumentos las razones profesionales continúa siendo similar al del ciclo anterior. A modo de ejemplo, las Imágenes 1, 2 y 3 presentan los argumentos que dos alumnos de 3º de primaria exponen, los cuales hacen referencia a una situación profesional y escolar respectivamente.

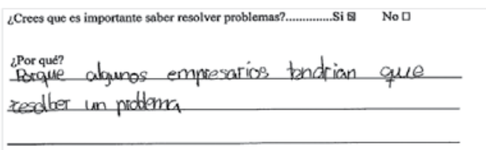
Imagen 1


¿Crees que es importante saber resolver problemas?..............Si ☒ No ☐

¿Por qué?

Por que si estas en un trabajo y necesitas resolverlo y no saves es probable que te despidan.

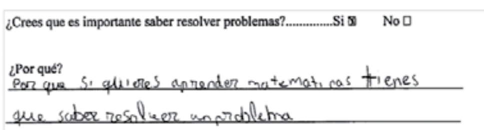
Imagen 2


¿Crees que es importante saber resolver problemas?..............Si ☒ No ☐

¿Por qué?

Porque algunos empresarios tendrian que resolber un problema

Imagen 3

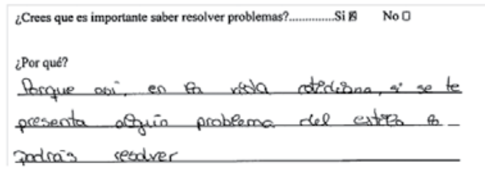

¿Crees que es importante saber resolver problemas?..............Si ☒ No ☐

¿Por qué?

Por que si quieres aprender matematicas tienes que saber resolver un problema

En el último ciclo de la etapa apareció en primer lugar, y mayoritariamente, el argumento social (Imágenes 4, 5 y 6). Se aprecia una evolución conforme se avanza de ciclo escolar referente a esta razón, que podría deberse a que en esta edad los estudiantes son más autónomos y asumen tareas de compra-venta, lo que les permite ver el beneficio de utilizar sus conocimientos matemáticos para desenvolverse adecuadamente en situaciones de su vida cotidiana. Las razones escolares vinculadas al aprendizaje de las matemáticas se sitúan en segundo lugar; en tercer lugar se recogen argumentos referidos al aprendizaje en general, donde contribuye positivamente la resolución de problemas. Aumenta ligeramente, aunque con una representación escasa, la idea de que les será de gran utilidad el conocimiento matemático para desarrollarse profesionalmente.

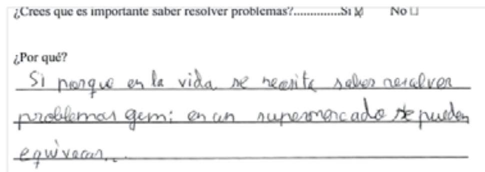
Imagen 4


¿Crees que es importante saber resolver problemas?..............Si ☒ No ☐

¿Por qué?

Porque así, en la vida cotidiana, si se te presenta algún problema del estilo lo podrás resolver

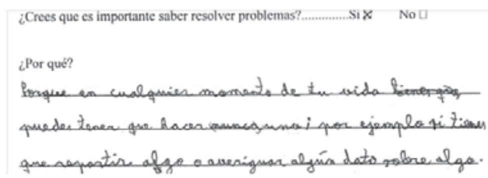
Imagen 5


¿Crees que es importante saber resolver problemas?..............Si ☒ No ☐

¿Por qué?

Si porque en la vida se necesita saber resolver problemas gem: en un supermercado te puedes equivocar.

Imagen 6


¿Crees que es importante saber resolver problemas?..............Si ☒ No ☐

¿Por qué?

Porque en cualquier momento de tu vida [illegible] puedes tener que hacer [illegible] i por ejemplo si tienes que repartir algo o averiguar algún dato sobre algo.

Finalmente se hallaron diferencias significativas por ciclo entre las razones aludidas para justificar la importancia de saber resolver problemas (Chi-cuadrado=98.967, gl=8, $p<0.0001$).

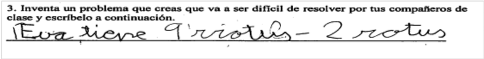
Capacidad del alumnado para inventar problemas

Para fundamentar si los alumnos de este grupo eran capaces de inventar problemas matemáticos, se procedió a clasificar sus invenciones en función de si éstas eran coherentes o no, y de los enunciados coherentes se estudió el tipo de estructura operatoria utilizada y el número de pasos presentes en la producción. Estos resultados dan respuesta a los objetivos 2 y 3 mencionados anteriormente:

Coherencia del enunciado inventado

De los 351 estudiantes que participaron, 343 inventaron un enunciado. No todas las invenciones se consideraron como problemas aritméticos: en unos casos no se cumplían algunos de los requisitos necesarios para constituir un problema (comentados anteriormente) (Imagen 7) y, en otros, los enunciados correspondían únicamente a una operación aritmética. De los problemas inventados por los estudiantes, alrededor de 79 por ciento (un total de 270) son coherentes.

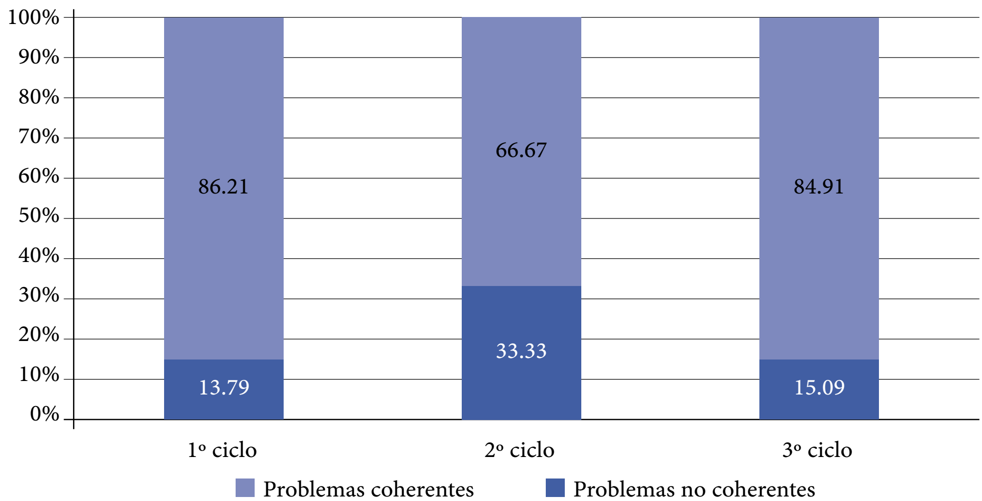
Imagen 7



Al analizar los datos por ciclos se observó que en todos los cursos la mayoría de las producciones son coherentes. Superó el 80 por ciento el porcentaje alcanzado por los estudiantes de 1º y 3º ciclo, y se aproximó al 67 por ciento el porcentaje obtenido por los alumnos de 2º ciclo. Llama la atención el descenso de las invenciones coherentes de los alumnos de 2º ciclo respecto de los otros dos.

El análisis estadístico reveló diferencias significativas (Chi-cuadrado=16.144, gl=2, $p<0.0001$).

Gráfico 2. Coherencia de los enunciados inventados



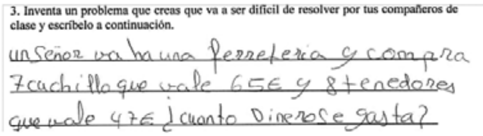
Fuente: elaboración propia.

Estructuras operatorias utilizadas

Los datos obtenidos al agrupar los problemas inventados según el tipo de operación requerida para su resolución muestran que en los tres ciclos educativos aparecen tres tipos de problemas: aditivos, multiplicativos y aditivos-multiplicativos.

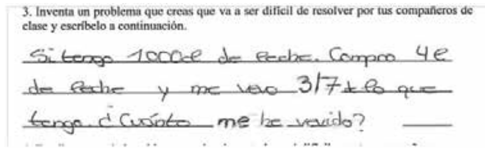
En el Gráfico 3 se observa que es entre dos y tres veces más probable que un problema de tipo aditivo proceda de un alumno de 1º ciclo que uno de tipo multiplicativo o aditivo-multiplicativo, respectivamente; sin embargo, un problema aditivo-multiplicativo es más probable que proceda de un escolar de 3º ciclo que uno que es aditivo. Las producciones del 1º ciclo son mayoritariamente aditivas (70 por ciento), le siguen las multiplicativas y aditivas-multiplicativas en porcentajes cercanos (19 y 11 por ciento respectivamente). La Imagen 8 muestra una invención aditiva de un alumno de 1º ciclo (7 años), en la que redacta un enunciado pretendiendo que éste sea complejo al mostrar datos abundantes, aunque éstos no necesitan utilizarse para alcanzar su solución.

Imagen 8



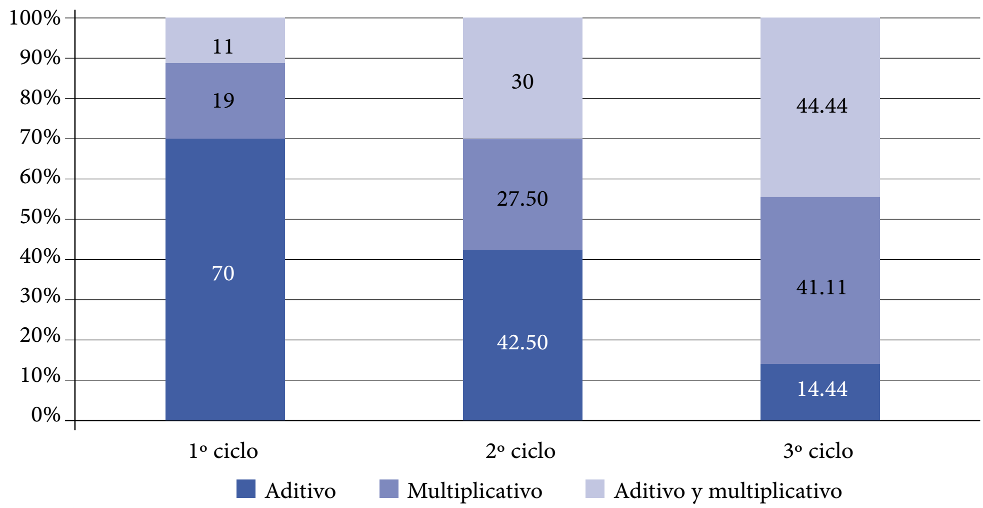
En 2º ciclo se acercan los porcentajes en cuanto a las producciones aditivas (superan el 42 por ciento) y las que utilizan la estructura multiplicativa, bien de forma única o combinada con la aditiva (superan el 57 por ciento). En el 3º ciclo predominan en porcentajes semejantes los problemas multiplicativos y los aditivo-multiplicativos (más de 40 por ciento respectivamente). En la Imagen 9 se muestra un problema aditivo-multiplicativo inventado por un alumno de 5º curso. Es indicativo que en los tres ciclos las producciones multiplicativas y las aditivas-multiplicativas aparecieron en porcentajes cercanos, y en los dos últimos ciclos alcanzaron porcentajes similares.

Imagen 9



Se observaron diferencias significativas por ciclo, lo que evidencia que hay menor porcentaje de problemas aditivos y mayor porcentaje de problemas multiplicativos y aditivos-multiplicativos a medida que se avanza de ciclo (Chi-cuadrado=61.125, gl=4, p<0.0001).

Gráfico 3. Problemas según la estructura operatoria. Porcentajes por ciclos



Fuente: elaboración propia.

Número de etapas

Para analizar los problemas inventados, según el número de etapas, se agruparon los problemas dependiendo de si su enunciado correspondía a un problema simple o compuesto. Los estudiantes de 1º ciclo enunciaron principalmente problemas simples (78 por ciento de sus producciones), mientras que en los dos últimos ciclos las producciones se equipararon, superando en algo más de la mitad los problemas que requieren utilizar más de una operación en su resolución que los que requieren una única operación (la Imagen 10 muestra una invención compuesta de un estudiante de 4º curso en la que se formula una sola pregunta).

De los problemas compuestos inventados se plantean una o más preguntas (100 y 11 respectivamente). En cinco enunciados en los que se formula más de una pregunta las cuestiones están subordinadas unas a otras, y en el resto las preguntas se contestan de forma independiente. También se observaron diferencias estadísticamente significativas entre ciclos (Chi-cuadrado=29.48, gl=2, p<0.0001).

Imagen 10

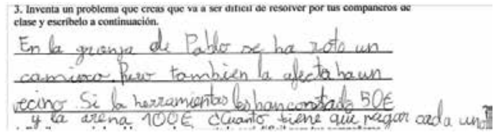
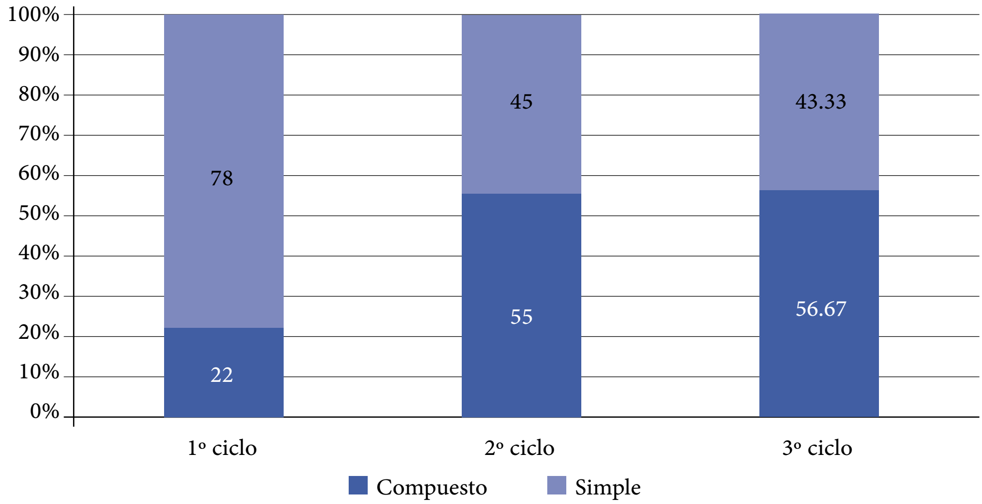


Gráfico 4. Problemas simples y compuestos. Porcentajes por ciclo



Fuente: elaboración propia.

Como puede apreciarse en los Gráficos 3 y 4, la complejidad en la invención de problemas avanza conforme el alumnado progresa de ciclo escolar, tanto en la elección de la estructura operatoria como en el número de etapas (simples y compuestas).

Discusión y conclusiones

Esta investigación ha proporcionado diversas evidencias referidas a la importancia y/o utilidad que los alumnos de educación primaria le asignan a saber resolver problemas, a la capacidad de éstos para inventar problemas, y a la coherencia de estas producciones. También ha permitido analizar los tipos de problemas enunciados, según su estructura operatoria y el número de etapas de los mismos.

Respecto a los argumentos esgrimidos por los estudiantes para justificar por qué creen importante saber resolver problemas se apreció que las razones escolares priman sobre las sociales y genéricas en el cómputo de toda la etapa; las razones profesionales tuvieron escasa presencia a lo largo de la misma. Los motivos genéricos y sociales prevalecen, por partes iguales, en el primer ciclo. La tendencia cambia en los dos últimos ciclos, en los que los motivos sociales y escolares son los que tienen más relevancia; aparecen en porcentajes similares en cada uno de los ciclos las razones profesionales y genéricas, pero las razones sociales consiguen mayor peso en el último ciclo. Se concluye que las razones escolares y genéricas presentes en casi la totalidad de las argumentaciones del primer ciclo van disminuyendo a lo largo de la etapa, y dejan paso a una presencia mayoritaria de razones sociales y escolares.

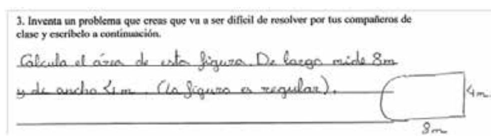
El 97.7 por ciento de los participantes inventaron un enunciado, por lo que los estudiantes no presentan ningún reparo en redactar situaciones que ellos consideran problemáticas. Respecto a la coherencia de las invenciones que formularon los estudiantes con la intencionalidad de que resultasen difíciles a sus compañeros, 78.71 por ciento de los participantes generaron problemas coherentes. Se pone de manifiesto que los participantes conocen los elementos que conforman un problema matemático y que tienen capacidad para inventar problemas matemáticos coherentes desde el 1º ciclo (más del 86 por ciento), lo cual es consistente con los datos obtenidos por Lowrie (2002).

En cuanto a las estructuras operatorias que los estudiantes utilizaron en sus invenciones, se observó que globalmente predominan los problemas aditivos, seguidos, en porcentajes muy próximos, de los multiplicativos y de los aditivo-multiplicativos. Esto se debe a que la presencia de problemas aditivos es muy alta en el 1º ciclo. Aunque los tres tipos de problemas están presentes en los tres ciclos, es a partir del 2º cuando se equiparan los porcentajes de los problemas donde se utiliza la multiplicación (sola o combinada con la adición) y en el 3º ciclo cerca de la mitad de las producciones contienen las dos estructuras operatorias. Por tanto, los problemas aditivos están presentes durante toda la etapa, aunque preferentemente en los dos primeros ciclos, ya que a medida que se avanza de ciclo se incrementa gradualmente la invención de problemas aditivos-multiplicativos. Se considera, sin embargo, que este resultado cabe dentro de lo normal, pues dichos problemas demandan cognitivamente mayor madurez a los escolares. Este dato confirma los hallazgos de Alias *et al.* (2009), quienes en un estudio sobre invención de problemas por alumnos de 8-9 años manifestaron que a medida que avanza el curso escolar los niños inventan problemas más complejos.

Respecto al número de etapas que presentan las invenciones, abundan más los problemas simples que los compuestos: desde 1º ciclo los alumnos inventan problemas que requieren de dos operaciones como mínimo para resolverlos; a medida que se avanza de ciclo se aprecia cierta tendencia hacia el incremento del número de invenciones compuestas, y este crecimiento es mayor en 2º ciclo.

También se percibe, sobre todo en el 1º ciclo, que las invenciones del alumnado corresponden a problemas aritméticos relacionados con las operaciones y contenidos matemáticos que están estudiando; por ejemplo, en 3º ciclo se combinan la adición y multiplicación y se estudia el concepto de área (Imagen 11). A medida que se avanza de ciclo, si bien entran las mismas operaciones en la resolución, se encuentran problemas más sofisticados en su enunciado, de manera que para responder a una sola cuestión se requiere hacer varios pasos encadenados. Este descubrimiento coincide con los datos obtenidos por Silver y Cai (1996).

Imagen 11


3. Inventa un problema que creas que va a ser difícil de resolver por tus compañeros de clase y escríbelo a continuación.

Calcula el área de esta figura. De largo mide 8m y de ancho 4m. (La figura es regular).

4m
8m

En síntesis, cabe concluir, en primer lugar, que el esfuerzo de los estudiantes a la hora de generar sus producciones es importante y altamente valorable, a la vez que resulta indicativo del dominio y comprensión que tienen del significado y usos de las operaciones aritméticas. En segundo lugar, se puede afirmar que, a edades tempranas, el alumnado está capacitado para inventar problemas de más de una etapa, así como para combinar habitualmente las dos estructuras operatorias.

A tenor de estos datos, la invención de problemas se percibe como una actividad relevante para incrementar el interés, la motivación y el conocimiento matemático general del alumnado, así como una valiosa herramienta para facilitar la resolución de problemas matemáticos por los escolares.

Este estudio, sin embargo, no está exento de limitaciones, como la escasez de alumnos de la muestra, no haber considerado como variables el sexo y la competencia lecto-escritora de los participantes, y que las conclusiones presentadas son válidas para estudiantes de nivel cultural medio-alto.

La investigación podría completarse analizando qué formación debería de tener un docente en contenidos didáctico-matemáticos sobre invención de problemas para que esta tarea tuviese repercusión en su cometido profesional.

Referencias

Akay, Hayri y Nihat Boz (2010), "The Effect of Problem Posing Oriented Analyses - II Course on the attitudes toward mathematics and mathematics self-efficacy of elementary prospective mathematics teachers", *Australian Journal of Teacher Education,* vol. 35, núm. 1, pp. 59-65.

Alexander, Cathleen y Rebecca Ambrose (2010), "Digesting Student-Authored Story Problems", *Mathematics Teaching in the Middle School,* vol. XVI, núm. 1, pp. 27-33.

Alias, Rohana, Munirah Ghazali y Ayminsyadora Ayub (2009), "Student's Problem Posing Strategies: Implications to student's mathematical problem solving", ponencia presentada en la 5th Asian Mathematical Conference, noviembre de 2009, Kuala Lumpur, Malasia.

Arikan, Elif E. y Hasan Unal (2014), "Development of the Structured Problem Posing Skills and Using Metaphoric Perceptions", *European Journal of Science and Mathematics Education*, vol. 2, núm. 3, pp. 155-166.

Ayllón, María Fernanda (2005), "Invención de problemas con números naturales, enteros negativos y racionales. Tarea para profesores de educación primaria en formación", trabajo de investigación tutelada, Granada, Universidad de Granada.

Ayllón, María Fernanda (2012), *Invención-resolución de problemas por alumnos de educación primaria en formación*, Tesis Doctoral, Granada, Universidad de Granada.

Ayllón, María Fernanda, Encarnación Castro y Marta Molina (2008), "Invención de problemas por alumnos de educación primaria", en Marta Molina, Patricia Pérez-Tyteca y Miguel Ángel Fresno (eds.), *Investigación en el aula de matemáticas: competencias matemáticas,* Granada, S.A.E.M. Thales/Universidad de Granada-Departamento de Didáctica de la Matemática, vol. I, pp. 225-234.

Ayllón, María Fernanda, Encarnación Castro y Marta Molina (2011), "Invención de problemas y tipificación de problema 'difícil' por alumnos de educación primaria", en Margarita Marín, Gabriel Fernández, Lorenzo J. Blanco y Mercedes Palarea (eds.), *Investigación en educación matemática XV*, Ciudad Real, Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), vol. 1, pp. 277-286.

Ayllón, María Fernanda e Isabel A. Gómez (2014), "La invención de problemas como tarea escolar", *Escuela Abierta*, vol. 17, núm. 1, pp. 29-40.

Ayllón, María Fernanda, Isabel A. Gómez y Julio Ballesta (2016), "Resolución e invención de problemas matemáticos y la creatividad", *II Congreso Internacional Virtual de Investigación y Docencia de la Creatividad*, Granada, vol. 1, pp. 49-58.

Barbarán, Juan J., José A. Fernández y Ana Huguet (2012), "Inventar problemas: una forma de desarrollar las competencias básicas", en Francisco España y María B. Sepúlveda (eds.), *XIV Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. Diversidad y Matemáticas*, Málaga, Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES, vol. 1, pp. 220-227.

Best, John W. (1982), *Cómo investigar en educación*, Madrid, Morata.

Brown, Stephen. I. y Marion I. Walter (1993), *Problem Posing*, Hillsdale, NJ, Lawrence Erlbaum Associates.

Burçin, Baris (2005), *The Effect of Instruction with Problem Posing on Tenth Grade Students' Probability Achievement and Attitudes toward Probability*, Tesis Doctoral, Ankara, Universidad de Ankara.

Chapman, Olive (2011), "Prospective Teachers' Ways of Making Sense of Mathematical Problem Posing", en Behiye Ubuz (ed.), *35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Ankara, PME, vol. 1, pp. 209-216.

Colás, María P. y Leonor Buendía (1998), *Investigación educativa*, Sevilla, Alfar.

Cruz, Miguel (2006), "A Mathematical Problem-Formulating Strategy", *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, en: http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/ramirez.pdf (consulta: 14 de enero de 2015).

Davidson, David y Daniel Pearce (1988), "Using Writing Activities to Reinforce Mathematics Instruction", *Arithmetic Teacher*, vol. 35, núm.18, pp. 42-45.

DeHaan, Robert L. (2009), "Teaching Creativity and Inventive Problem Solving in Science", *CBE-Life Sciences Education,* vol. 8, núm. 3, pp. 172-181.

Dugard, Pat, Jonathan Todman y Harry Staines (2010), *Approaching Multivariate Analysis: A practical introduction*, Nueva York, Routledge.

Ellertoh, Nerida F. (1986), "Children's Made up Mathematics Problems. A new perspective on talented mathematicians", *Educational Studies in Mathematics,* vol. 27, núm. 3, pp. 261-271.

English, Lyn D. (1998), "Children's Problem Posing within Formal and Informal Contexts", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 29, núm. 1, pp. 83-106.

English, Lyn D. (2003), "Engaging Students in Problem Posing in an Inquiry-Oriented Mathematics Classroom", en Frank Lester y Charles Randall (eds.), *Teaching Mathematics through Problem Solving,* Reston, National Council of Teachers of Mathematics, pp. 187-198.

Espinoza, Johan (2011), "Invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático: un estudio exploratorio", Memoria de Tercer Ciclo, Granada, Universidad de Granada.

Espinoza, Johan (2013), "Resolución e invención de problemas en la educación matemática", ponencia presentada en el XV evento internacional MATECOMPU 2013: "La enseñanza de la matemática, la estadística y la computación", Matanzas, Cuba, 19-23 de noviembre de 2013.

Fernández, Elena (2013), "Invención de problemas por estudiantes de secundaria: evaluación de su conocimiento sobre simbolismo algebraico", trabajo de fin de Máster, Granada, Universidad de Granada.

Fernández, José Antonio y Juan Jesús Barbarán (2012), "Incidencia de la invención y reconstrucción de problemas en la competencia matemática", *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, núm. 32, pp. 29-43.

Field, Andy P. (2009), *Discovering Statistics Using SPSS: And sex and drugs and rock 'n' roll*, Londres, Sage.

Fox, David J. (1981), *El proceso de investigación en educación*, Pamplona, EUNSA.

García-García, Mercedes, Chantal Biencinto-López, María E. Carpintero-Molina, María C. Núñez-del-Río y Blanca Arteaga (2013), "Rendimiento en matemáticas y actitud hacia la materia en centros inclusivos: estudio en la Comunidad de Madrid", *Revista de Investigación Educativa*, vol. 31, núm. 1, pp. 117-132. DOI: http://dx.doi.org/10.6018/rie.31.1.143221

Jacobs, Victoria R. y Rebecca C. Ambrose (2008), "Making the Most of Story Problems", *Teaching Children Mathematics*, vol. 15, núm. 5, pp. 260-266.

Kesan, Cenk, Deniz Kaya y Selim Guvercin (2010), "The Effect of Problem Posing Approach to the Gifted Student's Mathematical Abilities", *International Online Journal of Educational Sciences*, vol. 2, núm. 3, pp. 677-687.

Kilpatrick, Jeremy (1987), "Problem Formulating: Where do good problems come from?", en Alan Schoenfeld (ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education*, Hillsdale, Lawrence Erlbaum, pp. 123-147.

Kitchings, Clayton N. (2014), *Problem Posing in Middle-Grades Mathematics Classes*, Athens (USA), University of Georgia Theses and Dissertations.

Koichu, Boris e Igor Kontorovich (2012), "Dissecting Success Stories on Mathematical Problem Posing: A case of the Billiard Task", *Educational Studies in Mathematics,* vol. 83, núm. 1, pp. 71-86.

Krutetskii, Vadim A. (1969), "An Investigation of Mathematical Abilities in Schoolchildren", en Jeremy Kilpatrick y Izaak Wirszup (eds.), *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics*, Chicago, University of Chicago Press, vol. 2, pp. 5-57.

Lavy, Iliana y Atara Shriki (2007), "Problem Posing as a Means for Developing Mathematical Knowledge of Prospective Teachers", en Jeong H. Woo, Hee C. Lew, Kyo S. Park y Dong Y. Seo (eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Seúl, PME, vol. 3, pp, 129-136.

Lin, Pi J. (2004), "Supporting Teachers on Designing Problem-Posing Tasks as a Tool of Assessment to Understand Students' Mathematical Learning", en Johnesen Hoines y Berit A. Fuglestad (eds.), *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Bergen, vol. 3, pp. 257-264.

Lowrie, Tom (2002), "Young Children Posing Problems: The influence of teacher intervention on the type of problems children pose", *Mathematics Education Research Journal,* vol. 14, núm. 2, pp. 87-98.

Mato, María D., Eva Espiñeira y Rocío Chao (2014), "Dimensión afectiva hacia la matemática: resultados de un análisis en educación primaria", *Revista de Investigación Educativa,* vol. 32, núm. 1, pp. 57-72. DOI: http://dx.doi.org/10.6018/rie.32.1.164921

Muñoz, Jesús M. y María D. Mato (2008), "Análisis de las actitudes respecto a las matemáticas en alumnos de ESO", *Revista de Investigación Educativa,* vol. 26, núm. 1, pp. 209-226.

Nicolaou, Aristokli y George Pilippou (2007), "Efficacy Belief, Problem Posing, and Mathematics Achievement", en Demetra Pitta-Pantazi y George Philippou (eds.), *Proceedings of the V Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Larnaca (Chipre), Department of Education, University of Cyprus, pp. 308-317.

Noruis, Marija J. (2011), *IBM SPSS Statistics 19 Statistical Procedure Companion*, Upper Saddle River, Pearson.

Pintér, Klára (2012*), On Teaching Mathematical Problem-Solving and Problem Posing,* Tesis Doctoral, Szeged (Hungría), University of Szeged.

Sheikhzade, Mostafa (2008), "Promoting Skills of Problem-Posing and Problem-Solving in Making a Creative Social Studies Classroom", ponencia presentada en la 4th Global Conference, Mansfield College, Oxford (UK), 17-19 de septiembre de 2008.

Silver, Edward A. (1994), "On Mathematical Problem Posing", *For the Learning of Mathematics,* vol. 14, núm. 1, pp. 19-28.

Silver, Edward. A. y Jinfa Cai (1996), "An Analysis of Arithmetic Problem Posing by Middle School Students", *Journal for Research in Mathematics Education,* vol. 27, núm. 5, pp. 521-539.

Singer, Florenca M. y Cristian Voica (2013), "A Problem-Solving Conceptual Framework and its Implications in Designing Problem-Posing Tasks", *Educational Studies in Mathematics,* vol. 83, núm. 1, pp. 9-26.

Singer, Florence M., Nerida Ellerton y Jinfa Cai (2013), "Problem-Posing Research in Mathematics Education: New questions and directions", *Educational Studies in Mathematics,* vol. 83, núm. 1, pp. 1-7.

Song, SangHun, JaeHoon Yim, EunJu Shin y Hyang-Hoon Lee (2007), "Posing Problems with Use the 'What if not?' Strategy in NIM Game", en Jeong H. Woo, Hee. C. Lee, Kyo S. Park, y Dong Y. Seo (eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Seúl, PME, vol. 4, pp. 193-200.

Whitin, David (2006), "Problem Posing in the Elementary Classroom", *Teaching Children Mathematics,* vol. 13, núm. 1, pp. 14-18.

Anexo I

Cuestionario para 3º y 4º curso

Nombre ______________________ Curso __________ Años __________

1. Lee las preguntas siguientes y pon una X donde corresponda.

¿Sabes qué es un problema de matemáticas?.......................... Sí ☐ No ☐

¿Has resuelto alguna vez un problema de matemáticas?................ Sí ☐ No ☐

¿Crees que es importante saber resolver problemas? .... Sí ☐ No ☐

¿Por qué? ____

____

2. ¿Cuándo resuelves problemas de matemáticas, además de en el colegio? Escribe tu respuesta.

____

____

3. Inventa un problema que creas que va a ser difícil de resolver por tus compañeros de clase y escríbelo a continuación.

____

____

4. Escribe por qué el problema que has inventado será difícil para tus compañeros.

____

____

5. Resuelve el problema que has inventado.

6. Lee los problemas siguientes y pon una X donde corresponda.

✧	Con sus ahorros Victoria se ha comprado un coche que le ha costado 18.357 euros y le han quedado 4.987 euros ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Victoria?	Fácil ☐ Difícil ☐
☆	Juan ha comprado 3 bloques de helado, uno de fresa, otro de chocolate y otro de limón, quiere hacer helados de dos sabores ¿Cuántos helados diferentes puede hacer Juan?	Fácil ☐ Difícil ☐
✥	De los libros de una biblioteca los lectores han retirado 45 y han quedado 89 ¿Cuántos libros había en la biblioteca?	Fácil ☐ Difícil ☐
☼	Un agricultor recoge 16 kilos de fresas. La cuarta parte de las fresas las ha puesto en cajas de 2 kilos y el resto en cajas de 3 kilos. ¿Cuántas cajas ha llenado de fresas? ¿Le ha sobrado?	Fácil ☐ Difícil ☐

7. De los cuatro problemas anteriores, resuelve aquellos que creas que son fáciles.

✧	
☆	
✥	
☼	